

Brojni sistemi



Brojni sistemi

- Razvojem ljudskog društva nastali su različiti načini zapisivanja brojeva.
- Način zapisivanja brojeva i njihovo tumačenje zove se brojni sistem
- Danas je najčešće u upotrebi položajni brojni sistem



Brojni sistemi

- Položajni brojni sistem je sistem kod kojeg položaj cifara u zapisu određuje njegovu vrijednost.
- Svaki je položajni brojni sistem određen vlastitim skupom cifara.
- Ukupni broj različitih cifara naziva se osnovom ili bazom tog brojnog sistema



Dekadski brojni sistem

- U svakodnevnom smo životu navikli koristiti dekadski brojni sistem.
- Osnova (baza) sistema je 10.
- Za zapis se koriste cifre:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Svaka cifra u nizu ima jedinstvenu težinsku vrijednost

$$\begin{array}{r} 2 \ 1 \ 0 \\ 123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \end{array}$$



Dekadski brojni sistem

- Primjer pokazuje da je svaka cifra deset puta vrednija od njoj desno susjedne.

$$\begin{aligned}67421,35 &= 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} \\ &= 60\,000 + 7\,000 + 400 + 20 + 1 + 0,3 + 0,05\end{aligned}$$

- Težinska vrijednost svake cifre dobiva se tako da se osnova brojnog sistema (u ovome slučaju broj 10) potencira eksponentom čija vrijednost ovisi o položaju cifre u nizu.



Dekadski brojni sistem

- Eksponent prve cifre lijevo od zareza uvijek je 0!
- S n cifara dekadskog brojnog sistema, moguće je prikazati 10^n različitih dekadskih brojeva.

Npr. s 2 cifre može se prikazati $10^2 = 100$ različitih dekadskih brojeva.



Brojni sistemi



- *Način zapisivanja brojeva i njihovo tumačenje zove se brojni sistem.*
- *U svakodnevnom životu koristimo dekadski brojni sistem kojem je baza 10.*

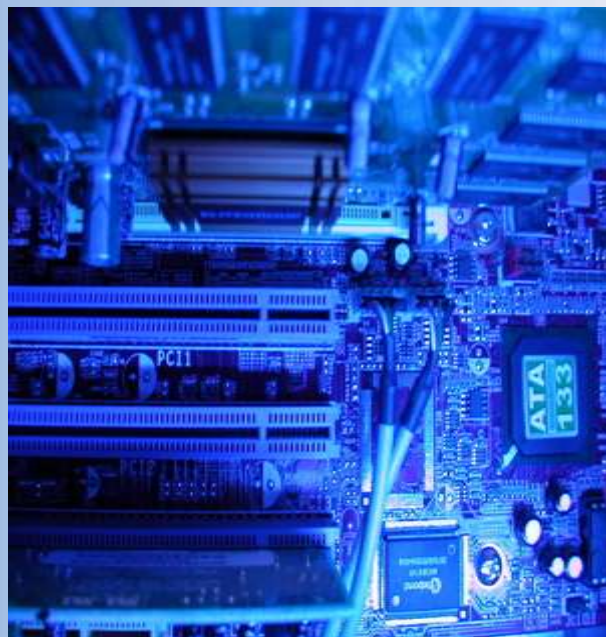
$$\begin{array}{r} 2 \ 1 \ 0 \\ 123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \end{array}$$

- *Sa n cifara dekadskog brojnog sistema, moguće je prikazati 10^n različitih dekadskih brojeva.*



Šta računar razumije?

- Računari se sastoje od mnogo elektroničkih sklopova koji raspoznaju samo dva stanja.
- Zbog takve građe svi podaci koji ulaze u računar moraju biti prevedeni u oblik u kome postoje samo dva stanja.



Binarni brojni sistem

- Uobičajeno je u računaru ta dva stanja označavati kao 0 i 1.
- Brojni sistem koji ima samo dvije cifre naziva se binarni brojni sistem.
- Primjeri binarnih brojeva: 101; 110011; ...
- Binarni brojni sistem je pogodan za prikaz rada računara jer svaka cifra prikazuje jedno stanje.



Oznaka brojnog sistema

- Da bi se razlikovali brojevi različitih brojnih sistema uz broj se kao indeks može zapisati odgovarajuća osnova, npr.

11010010_2



Binarni broj

210_{10}



Dekadski broj



Binarni brojni sistem

- S n cifara binarnog brojnog sistema, moguće je prikazati 2^n različitih binarnih brojeva.

Npr. sa dvije cifre - 4 različita broja:

00_2 01_2 10_2 11_2

- Binarni se broj na težinske vrijednosti rastavlja na istovjetan način kao i dekadski broj (uz uvažavanje pripadajuće osnove binarnog brojnog sistema).
- Pokazati na primjeru



Binarni brojni sistem



- Pored dekadskog, postoji i binarni brojni sistem.
- U binarnom brojnom sistemu baza je broj 2 a cifre kojima se operiše su 0 ili 1.
- Tako npr. Broj 2 u binarnom brojnom sistemu se zapisuje kao $(10)_2$ tj.
- $(10)_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (2)_{10}$



Pretvorba binarni - dekadski

Kao što primjer pokazuje, izračunavanjem izraza može se dobiti dekadaska vrijednost binarnog broja.

$$\begin{aligned} 11010010_2 &= 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ &= 128 + 64 + 16 + 2 \\ &= 210_{10} \end{aligned}$$



Pretvorba binarni- dekadski



Pretvoriti sljedeće binarne brojeve u dekadski sistem:

a) 10011

b) 101010

c) 111001

d) 1010101

e) 1111111



Pretvorba dekadski - binarni

Dekadski broj se u binarni pretvara uzastopnim cjelobrojnim dijeljenjem broja u dekadskom prikazu s 2 uz bilježenje ostatka svakog pojedinačnog dijeljenja.

210_{10}	ostatak
$210 : 2 = 105$	0
$105 : 2 = 52$	1
$52 : 2 = 26$	0
$26 : 2 = 13$	0
$13 : 2 = 6$	1
$6 : 2 = 3$	0
$3 : 2 = 1$	1
$1 : 2 = 0$	1
Rezultat: 11010010_2	



Pretvorba dekadski - binarni



Pretvoriti sljedeće brojeve iz dekadskog u binarni sistem:

a) $(85)_{10}$

b) $(57)_{10}$

c) $(63)_{10}$



Ostali brojni sistemi

- Za skraćeno zapisivanje binarnih brojeva najčešće se koriste oktalni (baza je 8) i heksadekadski (baza je 16) brojni sistemi.
- Ovi su brojni sistemi podesni jer su njihove osnove višekratnici osnove binarnog sistema (2^3 , 2^4).



Binarno sabiranje

- Osnovne se aritmetičke radnje u binarnom brojnom sistemu izvode prema zadanim pravilima.
- Za sabiranje vrijedi:

0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	0 i 1 dalje

- Prijenos (jedan dalje) se prenosi u susjednu kolonu s lijeve strane.



Binarni sistem



- *Osnovne se aritmetičke radnje u binarnom brojnom sistemu izvode prema zadanim pravilima.*
- *Za sabiranje vrijedi:*

0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	0 i 1 dalje



Binarno sabiranje

- Kao primjer treba sabrati brojeve 11011_2 i 1011_2 .

		1	+	1	=	0 i 1 dalje
1	+	1	+	1	=	1 i 1 dalje
1	+	0	+	0	=	1
		1	+	1	=	0 i 1 dalje
1	+	1			=	0 i 1 dalje
1					=	1

prijenos	1	1		1	1	
		1	1	0	1	1
+			1	0	1	1
	1	0	0	1	1	0



Binarno sabiranje



Sabrati sljedeće binarne brojeve:

$$\text{a) } (10101)_2 + (11100)_2 = (110001)_2$$

$$\text{b) } (1110001)_2 + (10101)_2 = (10000110)_2$$

$$\text{c) } (101011001)_2 + (1101010)_2 = (111000011)_2$$



Binarno množenje

- I množenje binarnih brojeva se svodi na sabiranje.
- Paziti na potpisivanje cifara!

Pomnožimo brojeve 1011_2 i 111_2

	1	1	1	1						
			1	0	1	1	*	1	1	1
		1	0	1	1					
	1	0	1	1						
1	0	0	1	1	0	1				

Rezultat je 1001101_2



Binarno množenje



*Za množenje
vrijedi:*

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$



Binarno množenje

Pomnožimo brojeve 1101_2 i 1101_2 |

1	1	1	1	1								
				1	1	0	1	*	1	1	0	1
			0	0	0	0						
		1	1	0	1							
	1	1	0	1								
1	0	1	0	1	0	0	1					

Rezultat je 10101001_2

Pomnožimo brojeve 101_2 i 1010_2

	1									
			1	0	1	*	1	0	1	0
			0	0	0					
		1	0	1						
	0	0	0							
1	0	1								
1	1	0	0	1	0					

Rezultat je 110010_2

